Démographie et finances publiques : documentation.

Pier-André Bouchard St-Amant*

14 juillet 2009

Table des matières

1 Modèle de projections des dépenses publiques

2 Modèle utilisé par Arsenau, Fortin, Godbout et St-Cerny

2.1 Résumé des variables et constantes

Je présente ici une version compacte du modèle employé par Arseneau, Fortin, Godbout et St-Cerny [1]. En règle générale, t désigne le temps mesuré en année, j un groupe d'âge, x le sexe, un tilde (˜) désigne une variable nominale et un accent circonflexe (ˆ) désigne un montant en valeur présente[1]. Puisque nous sommes après 2000, seulement les deux derniers nombres de l'année seront retenus (e.g. 2005 = 05). Si une variable normalement indicée se retrouve sans indice, c'est alors le vecteur de la dite variable séparé par tranche

*web@pabsta.qc.ca

[1] Ainsi, pour une variable V, $\hat{\tilde{V}}$ désigne la valeur présente de la variable nominale.

d'âge. Par exemple pour la population, nous avons :

$$p_t := \begin{pmatrix} p_{x1t} \\ p_{x2t} \\ \dots \\ p_{x100t} \end{pmatrix}$$

Cette notation commode permet de noter les dépenses pour une année donnée par un produit scalaire. Par exemple, $p_t \cdot s_t = \sum_{jx} p_{xjt} s_{xjt}$ représente les dépenses totales (réelles) de santé au temps t.

Nous présentons maintenant la notation employée dans le modèle.

TAB. 1 – Variables et constantes employées dans le modèle

Variable	Description	Source	Hypothèse
p_{xjt}	Tranche de population j de sexe x au temps t.	ISQ	Scénario A
l_{jt}	Proportion de travailleurs de tranche j au temps t.	Auteurs	Augmentation linéaire par groupe dans le scénario de référence, aucune augmentation de le scénario "stationnaire".
i	Inflation.	Auteurs	$i = 0.02$
ΔA_t	Taux d'augmentation de la productivité fondamentale.	Auteurs	Augmentation linéaire dans le scénario de référence, aucune augmentation dans le scénario "stationnaire".
A_{05}	Productivité fondamentale en 2005.	s.o.	1 (référence)
y_t	PIB réel par travailleur.	Calculs et ISQ	s.o.
Y_t	PIB réel.	Calculs	$Y_t = (1+\Delta A_t) y_{05} p_t \cdot l_t$
β	Taux d'actualisation.	Auteurs	0.047
τ_s	Taux de croissance des dépenses en santé	Auteurs	0.015 (Uniforme).
s_{j05}	Dépenses de santé par personne de tranche j en 2005.	ICIS	Ajustement uniforme pour arriver aux crédits 05.
s_{xjt}	Dépenses réelles de santé par personne de sexe x, de tranche j au temps $t > 2005$.	Calculs	$s_{xjt} = (1 + \tau_s) s_{xjt-1}$
τ_{ej}	Taux de croissance des dépenses en éducation par tranche j	Auteurs	0.0047 pour les 0-14 ans, 0,0127 pour les 15-24.
e_{j05}	Dépenses réelles d'éducation par personne de tranche j en 2005.	Qc + Calculs	Crédits = groupe d'âge[2].
e_{jt}	Dépenses réelles en éducation par personne de tranche j au temps $t > 2005$.	Calculs	$e_{jt} = (1 + \tau_{ej}) e_{jt-1}$

Variables et constantes employées dans le modèle (suite)

Modèle	Description	Source	Hypothèse
g_{j05}	Dépenses réelles en service de garde par personne de tranche j en 2005.	Qc + Calculs	s.o.
g_{jt}	Dépenses réelles en service de garde par personne de tranche j au temps $t > 2005$.	Qc + Calculs	$g_{jt} = g_{j05}\ \forall t$
τ_d	Taux de croissance de la dette du gouvernement du Québec.	Auteurs	0.01
D_t	Dette du gouvernement du Québec.	Calculs	$D_t = \tau_d(1+i)^{\Delta t} Y_t + D_{t-1} + (S_t - I_t)$
ϕ_d	Coût marginal de la dette.	Auteurs	0.063
d_t	Service de la dette du gouvernement du Québec.	Calculs	$d_t = \phi_d D_t$
ϕ_r	Coût marginal des services gouvernementaux "autres".	Auteurs	0.065
R_t	Autres dépenses du gouvernement.	Auteurs	$\phi_r Y_t$
C_{jt}	Cotisation des REERS et RPA pour chaque tranche j.	Auteurs	Constant par personne (prévision 2005).
ϕ_c	Coût marginal des REERS et RPA	Auteurs	0.146
S_t	Dépenses totales du gouvernement	Moi	s.o.
ϕ_f	Revenu marginal fédéral	Auteurs	0.04
F_t	Transferts fédéraux.	Auteurs	$\phi_f Y_t$
ϕ_T	Revenu marginal fiscal	Auteurs	0.218
T_t	Revenus totaux du gouvernement, excluant les revenus de REERS, de RPA.	Auteurs	$\phi_T Y_t$
M_{jt}	Retrait des REERS et RPA pour chaque tranche j.	Auteurs	Constant par personne (prévision 2005).
ϕ_M	Revenu marginal des REERS et des RPA	Auteurs	0.028
Δt	Différence avec l'année de référence (2005)	Moi	s.o.
I_t	Revenus totaux du gouvernement	Moi	s.o.

2.2 Modèle à proprement parler

Notes :

2.2.1 Après 2005 (itérations)

Nous négligeons la description à la fois pour les variables réelle, nominales et les valeurs présentes puisque pour chaque variable V, nous avons $\tilde{V}_t = (1+i)^{\Delta t} V_t$ et $\hat{V}_t = (1-\beta)^{\Delta t} V_t$ (et donc, $\hat{\tilde{V}}_t \approx (1+i-\beta)^{\Delta t} V_t$).

PIB, Revenus et dépenses

$$Y_t = (1+\Delta A_t) y_{05} l_t \cdot p_t \tag{1}$$

$$I_t = T_t + (1+\Delta A_t)^{\Delta t} (\phi_M M_t - \phi_c C_t)) \cdot p_t \tag{2}$$

$$S_t = p_t \cdot (s_t + g_t + e_t + d_t) + R_t \tag{3}$$

$$\tilde{D}_t = \tau_d \tilde{Y}_t + \tilde{D}_{t-1} + (\tilde{S}_t - \tilde{I}_t) \tag{4}$$

Autres équations

$$\Delta A_t = \begin{cases} 0.0101 + t0.000019 & \text{si } t < 2031 \\ 0.015 & \text{autrement} \end{cases} \tag{5}$$

$$l_{jt} = \begin{cases} l_{jt-1} + 0.001538 & \text{si} & t \leq 2031, 15 \leq j < 65 \\ 0.74 & \text{si} & t > 2031, 15 \leq j < 65 \\ l_{jt-1} + 0.0025 & \text{si} & t \leq 2031, 65 \leq j < 70 \\ 0.185 & \text{si} & t > 2031, 65 \leq j < 70 \\ 0 & & \text{Autrement} \end{cases} \tag{6}$$

$$F_t = \phi_f Y_t \tag{7}$$

$$T_t = \phi_T Y_t \tag{8}$$

$$R_t = \phi_R Y_t \tag{9}$$

$$M_{jt} = \frac{M_{j05}}{p_{j05}} p_{jt} \tag{10}$$

$$s_t = (1+\tau_s) s_{t-1} \tag{11}$$

$$g_t = g_{05} \tag{12}$$

$$e_{jt} = (1+\tau_{ej}) e_{jt-1} \tag{13}$$

$$d_t = \phi_d D_{t-1} \tag{14}$$

$$C_{jt} = \frac{C_{j05}}{p_{j05}} p_{jt} \tag{15}$$

2.2.2 En 2005 (conditions initiales)

$$y_{05} = 73598.58$$

$$l_{05} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad j < 15 \\ 0.7 & \text{si} \quad j > 15, j \leq 64 \\ 0.12 & \text{si} \quad j > 64 \end{cases}$$

$$C_{05} = \begin{cases} 6\ 586.89 & \text{si} \quad j < 20 \\ 178\ 239.71 & \text{si} \quad 20 \leq j < \ 25 \\ 615\ 932.12 & \text{si} \quad 25 \leq j < \ 30 \\ 810\ 297.37 & \text{si} \quad 30 \leq j < \ 35 \\ 1\ 098\ 589.39 & \text{si} \quad 35 \leq j < \ 30 \\ 1\ 435\ 346.29 & \text{si} \quad 40 \leq j < \ 45 \\ 1\ 514\ 920.98 & \text{si} \quad 45 \leq j < \ 50 \\ 1\ 362\ 335.61 & \text{si} \quad 50 \leq j < \ 55 \\ 964\ 275.77 & \text{si} \quad 55 \leq j < \ 60 \\ 413\ 691.59 & \text{si} \quad 60 \leq j < \ 65 \\ 150\ 798.85 & \text{si} \quad 65 \leq j \end{cases}$$

$$M_{05} = \begin{cases} 4\ 088.57 & \text{si} \quad j < 20 \\ 1\ 781.84 & \text{si} \quad 20 \leq j < \ 25 \\ 2\ 633.63 & \text{si} \quad 25 \leq j < \ 30 \\ 6\ 673.86 & \text{si} \quad 30 \leq j < \ 35 \\ 15\ 624.52 & \text{si} \quad 35 \leq j < \ 30 \\ 49\ 686.76 & \text{si} \quad 40 \leq j < \ 45 \\ 92\ 896.50 & \text{si} \quad 45 \leq j < \ 50 \\ 409\ 709.22 & \text{si} \quad 50 \leq j < \ 55 \\ 2\ 402\ 084.64 & \text{si} \quad 55 \leq j < \ 60 \\ 3\ 081\ 392.29 & \text{si} \quad 60 \leq j < \ 65 \\ 7\ 599\ 092.03 & \text{si} \quad 65 \leq j \end{cases}$$

$$s_{h05} = \begin{cases} 7\ 966.34 & \text{si} \quad j < 0 \\ 1\ 030.18 & \text{si} \quad 0 \leq j < \ 5 \\ 826.75 & \text{si} \quad 5 \leq j < \ 10 \\ 731.66 & \text{si} \quad 10 \leq j < \ 15 \\ 882.96 & \text{si} \quad 15 \leq j < \ 20 \\ 990.18 & \text{si} \quad 20 \leq j < \ 25 \\ 98.21 & \text{si} \quad 25 \leq j < \ 30 \\ 97.51 & \text{si} \quad 30 \leq j < \ 35 \\ 1\ 276.53 & \text{si} \quad 35 \leq j < \ 40 \\ 1\ 416.80 & \text{si} \quad 40 \leq j < \ 45 \\ 1\ 627.35 & \text{si} \quad 45 \leq j < \ 50 \\ 2\ 121.21 & \text{si} \quad 50 \leq j < \ 55 \\ 2\ 773.42 & \text{si} \quad 55 \leq j < \ 60 \\ 3\ 562.60 & \text{si} \quad 60 \leq j < \ 65 \\ 6\ 066.52 & \text{si} \quad 65 \leq j < \ 70 \\ 8\ 339.71 & \text{si} \quad 70 \leq j < \ 75 \\ 11\ 731.77 & \text{si} \quad 75 \leq j < \ 80 \\ 13\ 753.84 & \text{si} \quad 80 \leq j < \ 85 \\ 20\ 382.03 & \text{si} \quad 85 \leq j < \ 90 \\ 20\ 612.91 & \text{si} \quad 90 \leq j \end{cases}$$

$$g_{05} = \begin{cases} 4.04 & \text{si} \quad 0 \leq j < 5 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$
s_{f05} = \begin{cases} 7\ 034.33 & \text{si} \quad j < 0 \\ 951.31 & \text{si} \quad 0 \leq j < 5 \\ 753.39 & \text{si} \quad 5 \leq j < 10 \\ 731.61 & \text{si} \quad 10 \leq j < 15 \\ 1\ 058.72 & \text{si} \quad 15 \leq j < 20 \\ 1\ 475.60 & \text{si} \quad 20 \leq j < 25 \\ 1\ 816.29 & \text{si} \quad 25 \leq j < 30 \\ 1\ 790.87 & \text{si} \quad 30 \leq j < 35 \\ 1\ 621.65 & \text{si} \quad 35 \leq j < 40 \\ 1\ 520.77 & \text{si} \quad 40 \leq j < 45 \\ 1\ 680.23 & \text{si} \quad 45 \leq j < 50 \\ 2\ 035.25 & \text{si} \quad 50 \leq j < 55 \\ 2\ 419.68 & \text{si} \quad 55 \leq j < 60 \\ 2\ 945.94 & \text{si} \quad 60 \leq j < 65 \\ 5\ 115.73 & \text{si} \quad 65 \leq j < 70 \\ 7\ 201.25 & \text{si} \quad 70 \leq j < 75 \\ 10\ 166.18 & \text{si} \quad 75 \leq j < 80 \\ 12\ 550.10 & \text{si} \quad 80 \leq j < 85 \\ 20\ 518.69 & \text{si} \quad 85 \leq j < 90 \\ 19\ 614.06 & \text{si} \quad 90 \leq j \end{cases} \qquad d_{05} = 7524 \times 10^6
$$

$$T_{05} = \phi_t Y_{05} \qquad \Delta A_{05} = 0$$

$$
R_{05} = 17\ 883.449 \times 10^6 \qquad e_{05} = \begin{cases} 5\ 735.27 & \text{si} \quad 0 \leq j < 15 \\ 4\ 443.85 & \text{si} \quad 15 \leq j < 25 \\ 0 & \text{Autrement} \end{cases}
$$

$$F_{05} = \phi_f Y_{05}$$

Références

[1] Matthieu Arsenau, Pierre Fortin, Luc Godbout, and Suzie St-Cerny, *Oser choisir maintenant : des pistes de solutions pour protéger les services publics et assurer l'équité entre les générations.*, no. ISBN 978-2-7637-8539-4, Presses de l'Université Laval, 2007.